

Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizė taikant Monte Karlo modeliavimą

Rūta Simanavičienė

Vilniaus Gedimino technikos universiteto
Fundamentinių mokslų fakulteto Informacinių
sistemų katedros doktorantė
Vilnius Gediminas Technical University,
Information Systems Department, PhD student
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius
El. paštas: ruta.simanaviciene@vgtu.lt

Leonas Ustinovičius

Vilniaus Gedimino technikos universiteto
Statybos fakulteto Statybos technologijos ir
vadybos katedros
profesorius, habilituotas daktaras
Vilnius Gediminas Technical University, Faculty
of Civil Engineering, Construction Technology
and Management Department, Professor,
Habil. Doctor
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius
El. paštas: leonas.ustinovicius@vgtu.lt

Daugiakriteriams sprendimo priėmimo uždaviniams spręsti taikant kiekybinius daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus, dažniausiai neatsižvelgiama į galimas pradinių duomenų – rodiklių reikšmių paklaidas. Todėl neaišku, ar gautas sprendimas (alternatyvų išrikiavimas pagal racionalumą) nesi-keis, jeigu keistųsi rodiklių reikšmės ($\pm n\%$, $n < 50\%$).

*Šiame straipsnyje, taikant Monte Karlo modeliavimą, atliekama kiekybinių daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų – TOPISIS, SAW ir COPRAS – jautrumo analizė. Jautrumo analizės pagrindas yra rodiklių reikšmių pasiskirstymas. Darbo tikslas – sukurti jautrumo analizės modelį, kuriuo būtų galima nustatyti daugiatikslių metodų jautrumą rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu ir įvertinti šiais metodais gauto sprendimo patikimumą. Pateikto jautrumo analizės modelio etapai: 1) rodiklių pseudoatsitiktinių reikšmių generavimas pagal tolygųjį ir normalųjį dėsnius; 2) alternatyvų racionalumų vertinimas nagrinėjamais metodais, naudojant generuotas sprendimų matricas; 3) metodų jautrumo ir gauto sprendimo patikimumo vertinimas. Modeliuojant sprendimo paramos sistemas, atliekant skaičiavimus sprendimo priėmimo metodais, rekomenduojama atsižvelgti į planuojamų taikyti meto-
dų jautrumą, kad padidėtų sprendimo patikimumas.*

Įvadas

Sprendimų priėmimas inžinerijos, pramonės, ekonomikos, finansų ir kitose srityse dažnai yra susijęs su neapibrėžtimi, kurią lemia tiek objektyvios, tiek subjektyvios priežastys. Daugiakriteriams uždaviniams spręsti taikant kiekybinius daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus, atliekami deterministiniai skaičiavimai nevertinant atsitiktinumo. Sprendimus priimančias asmuo, neatsižvelgdamas į galimus pradinių duomenų netikslumus, taiko turimus modelius, kurie griežtai matematiškai pagrįsti.

Tuomet gautas sprendimas realią situaciją atspindi nepakankamai ir gali kelti abejonių.

Jautrumo analizė yra svarbi sprendžiant daugiakriterius uždavinius. Šios analizės būdu tikrinama, ar atlikus nedidelius pradinių duomenų, arba preferencijų pakeitimus, galutinis sprendimo rezultatas pasikeis. Jautrumo analizė apibrėžiama kaip poveikio analizė, t. y. ja tikrinama, ar kinta ir kaip kinta sprendimo rezultatas, keičiant pradinius duomenis ar modelio parametrus. Gauti sprendimo rezultatai lyginami su fiksuotu sprendimo rezultatu (Giupponi, 2004).

Atlikus mokslinės literatūros analizę, pastebėta, jog sprendimų priėmimui taikant daugiakriterius metodus, daugelis autorių atlieka sprendimo jautrumo analizę rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu (Butler ir kt., 1997). Butler ir bendraautorius (1997) darbe nagrinėjami šie daugiakriterio uždavinio atvejai: 1) kai nėra jokios informacijos apie reikšmingumus; 2) pateikta dalinė informacija apie reikšmingumus. Atsitiktinių rodiklių reikšmingumo reikšmės generuoti autoriai naudoja tolygųjį pasiskirstymą intervale $[0,1]$. Triantaphyllou ir bendraautorius (1997, 2000) darbuose atliekama daugiakriterio sprendimo jautrumo analizė rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, kai sprendimui priimti naudojami svertinės sumos modelis (WSM), svertinės daugybos modelis (WPM) ir analitinis hierarchijos procesas (AHP). Šiame darbe autoriai pateikia dvi svarbiausias empirines tyrimo išvadas: 1) sprendimo rezultato jautrumui neturi įtakos MCDM (angl. *Multicriteria decision making*) metodo pasirinkimas ir alternatyvų skaičius; 2) jautriausias sprendimo kriterijus yra tas, kurio reikšmingumo reikšmė yra didžiausia. Yra darbų, analizuojančių daugiakriterių metodų jautrumą taikant tiesinio normalizavimo metodus (Zavadskas, 2007). Šiame darbe autoriai, atlikę SAW (angl. *Simple Additive Weighting*) metodo jautrumo analizę, nustatė, kad tam tikrų šio metodo parametru pasikeitimai neturi jokios įtakos galutiniams sprendimo rezultatams, t. y. naudojant tiesinio normalizavimo metodus paaiškėjo, jog SAW metodas nėra jautrus nei alternatyvų skaičiaus, nei rodiklių reikšmingumo kitimui. Buvo atlikta SAW ir TOPSIS (angl. *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) jautrumo analizė rodiklių reikšmių atžvilgiu, kai pradiniai duomenys generuojami pagal normalųjį skirstinį ($\pm 10\%$) duotos reikšmės. Atlikto tyrimo rezultatai parodė, jog TOPSIS yra jautresnis pradinių duomenų pokyčiams nei SAW metodas. Jautrumo analizės įrankiai yra naudojami autorių nagrinėtuose sprendimo paramos įrankiuose: *ExpertChoise* pakete (Rios-Insua ir kt., 2003), sprendimo paramos sistemoje *mDSS4* ir daugelyje kitų. Šiuose įrankiuose jautrumo analizę galima atlikti rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, tačiau

jokios informacijos apie sprendimo patikimumą negaunama. Atsitiktiniams skaičiams generuoti abiejose priemonėse naudojamas atsitiktinių skaičių generavimas pagal tolygųjį pasiskirstymą intervale $[0,1]$.

Šio straipsnio tyrimo tikslas – nustatyti daugiatislių sprendimo priėmimo metodų SAW, TOPSIS ir COPRAS jautrumą pradinių duomenų pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu. Atlikus susijusių mokslinių darbų analizę paaiškėjo, jog daugiakriterių sprendimų jautrumo analizei atlikti dažniausiai naudojamas atsitiktinių skaičių generavimas pagal tolygaus arba normaliojo pasiskirstymo dėsnius. Tačiau neradome darbų, kuriuose būtų aprašyta šių metodų jautrumas rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu. Toks tyrimas galėtų būti naudingas daugiakriterių sprendimų patikimumui nustatyti. Atsižvelgiant į daugiakriterio sprendimo priėmimo uždavinio rodiklių reikšmių pasiskirstymus, būtų galima rinktis jautresnį arba mažiau jautrų metodą sprendimo racionalumui nustatyti. Tokia analizė taip pat galėtų būti naudinga modeliuojant sprendimo paramos sistemas, siekiant užtikrinti daugiakriterio sprendimo patikimumą.

Tyrimo objektas – daugiatislių sprendimo priėmimo metodų SAW, TOPSIS ir COPRAS jautrumo analizė. Pirmiau aprašytam tikslui pasiekti taikomas Monte Karlo metodas, generuojant tolygius atsitiktinius dydžius pasirinktame intervale ir normaliuosius atsitiktinius dydžius, kai vidurkio reikšmė fiksuota, o standartinis nuokrypis palaipsniui didinamas.

Kiekybiniai daugiatisliai sprendimo priėmimo metodai

Kiekybiniais matavimais grįsti daugiatisliai metodai yra tiksliai matematiškai apibrėžti. Jų pagrindas yra aksiomų sistema, kurią turi tenkinti sprendimą priimančio asmens preferencijos. Aksiomomis įrodomos teoremos apie sprendimą priimančio asmens naudingumo funkcijos egzistavimą. Alternatyvų naudingumo funkcija išreiškiama rodiklių reikšmingumo koeficientais ir vienkriterėmis naudingumo funkcijomis. Šiame darbe analizuojami trys tokio tipo metodai:

artumo idealiam taškui nustatymo metodas – TOPSIS, kriterijų reikšmių ir jų reikšmingumų sandaugų sumavimo metodas – SAW ir daugia-kriterio kompleksinio proporcingumo įvertini-mo metodas COPRAS.

Visi trys metodai skaičiavimams naudoja tuos pačius pradinius duomenis: 1) sprendimų priėmimo matricą

$$X = [x_{ij}], i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n},$$

sudarytą iš alternatyvų įverčių pagal rodiklius, kur x_{ij} – yra i -osios alternatyvos j -ojo rodiklio reikšmė, ir 2) rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmes $q^* = \{q^*_1, q^*_2, \dots, q^*_n\}$ (Ustinovichius, 2007).

Taikant **SAW metodą** alternatyvos išrikiuo-jamos pagal racionalumą mažėjimo tvarka, atliekant skaičiavimus:

$$A^* = \left\{ A_i \left| \max_i \sum_{j=1}^n q^*_j \bar{x}_{ij} / \sum_{j=1}^n q^*_j \right. \right\} \quad (1)$$

TOPSIS metodo esmė – nustatyti kiekvienos alternatyvos santykinį atstumą iki idealiai geriausio varianto:

$$K_{BIT} = \frac{L_i^-}{L_i^+ + L_i^-}, i = \overline{1, m}, \text{ kur } K_{BIT} [0, 1] \quad (2)$$

čia L_i^+ – i -osios alternatyvos atstumas iki idealiai geriausio varianto; L_i^- – i -osios alternatyvos atstumas iki idealiai blogiausio varianto. Geriausia alternatyva yra ta, kurios K_{BIT} reikšmė yra didžiausia (Hwang, 1981).

COPRAS metodu lyginamųjų alternatyvų santykinis reikšmingumas nustatomas remiantis juos apibūdinančiomis teigiamomis S_{+i} ir neigiamomis S_{-i} savybėmis. Kiekvienos alternatyvos santykinis reikšmingumas (racionalumas) Q_i apskaičiuojamas formule

$$Q_i = S_{+i} + \frac{S_{-\min} \cdot \sum_{i=1}^m S_{-i}}{S_{-i} \cdot \sum_{i=1}^m \frac{S_{-\min}}{S_{-i}}}, i = \overline{1, m} \quad (3)$$

Kuo Q_i reikšmė didesnė, tuo alternatyva labiau atitinka sprendimą priimančio asmens poreikius ar preferencijas (Andruskevicius, 2005).

Jautrumo analizė taikant Monte Karlo metodą

Monte Karlo metodas – skaičiavimo metodas, pagrįstas statistiniu modeliavimu ir gautų rezultatų apdorojimu statistiniais metodais. Šis metodas dažniausiai naudojamas fizikinėms ir matematinėms sistemoms modeliuoti, kai neįmanoma gauti tikslių rezultatų naudojant deterministinį algoritmą.

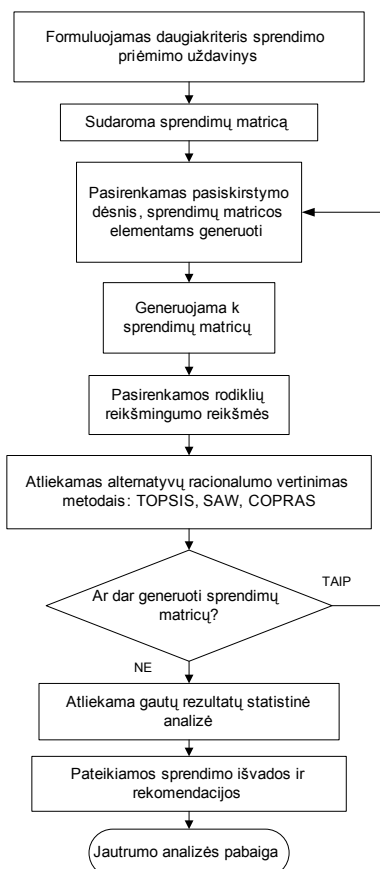
Tiriant išėjimo parametrų tikslumą statistinių bandymų metodu, reikalingos elementų parametrų atsitiktinės reikšmės. Šioms reikšmėms modeliuoti naudojami atsitiktinių skaičių generatoriai. Didžiausią praktinę reikšmę turi tolygiojo skirstinio atsitiktinės reikšmės intervale $[0,1]$. Kitokių skirstinių $w(\tau)$ pagrindu atsitiktiniai dydžiai gaunami sprendžiant lygtį parametro x atžvilgiu, naudojant vienodos tikimybės įverčius. Tokiu būdu gaunami pseudoatsitiktiniai skaičiai τ_p , pasiskirstę pagal skirstinį $w(\tau)$ (Krupopis, 1977).

Moksliniuose darbuose, taikant Monte Karlo metodą, dažniausiai pasitaiko tolydžiai pasiskirsčiusių atsitiktinių skaičių generavimas, t. y. pagal tolygųjį arba normalųjį pasiskirstymus (Sakalauskas, 2006, p. 314–320; Mun, 2006, p. 77–84; Triantophylous, 2000). Tačiau Monte Karlo modeliavimą galima taikyti generuojant atsitiktinius dydžius ne tik pagal šiuos du pasiskirstymo dėsnius. Rubinsteinas (2008) savo knygoje aprašo gerokai daugiau pasiskirstymo dėsnių, kurie gali būti naudojami Monte Karlo modeliavime.

Šiame darbe analizuojame trijų daugiatislių sprendimo priėmimo metodų jautrumą, atsižvelgdami į pradinių duomenų pasiskirstymą pagal tolygųjį $X \sim U(a,b)$ ir pagal normalųjį $X \sim N(\mu, \sigma)$ dėsnius.

Atlikus problemos ir susijusių darbų analizę pateikiamas daugiatislių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizės modelio algoritmas (žr. pav.):

- 1) Suformuluojamas daugiakriteris sprendimo priėmimo uždavinys, kurio pradiniai duomenys yra pagrįsti kiekybiniais matavimais.
- 2) Sudaroma sprendimų matrica.



P a v. Jautrumo analizės modelio algoritmas

- 3) Pasirenkamas pasiskirstymo dėsnis, sprendimų matricių elementams generuoti.
- 4) Remiantis sprendimų matricos rodiklių reikšmėmis atliekamas sprendimų matricos elementų generavimas. Iš atitinkamų generuotų pradinės sprendimų matricos elementų formuluojamos generuotos sprendimų

matricos (generuotų sprendimų matricių skaičius – k).

- 5) Pasirenkamos rodiklių reikšmingumo reikšmės.
- 6) Atliekamas alternatyvų racionalumo nustatymas visais trimis aprašytais metodais, nuosekliai imant po vieną generuotą matricę.
- 7) Gaunama k sprendimo rezultatų, kurie pagal visus metodus pateikiami atskirai, alternatyvas išrikiuojant pagal racionalumą.
- 8) Atliekama gautų rezultatų statistinė analizė, kuria remiantis pateikiamas galutinis sprendimo rezultatas ir galimos rekomendacijos.

Jautrumo analizės modelio praktinio taikymo pavyzdys

Pateiktam jautrumo analizės modeliui pritaikyti konkrečioje situacijoje pasirinkome vieną daugiakriterį statybos proceso uždavinį. Naudojant konkretų pavyzdį, sprendžiami abu straipsnyje aprašyto tikslo uždaviniai: 1) įvertinti sprendimo, gauto taikant daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus: SAW, TOPSIS ir COPRAS, patikimumą; 2) nustatyti daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumą rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu.

Pateiktos trys išorinių sienų konstrukcijų alternatyvos: K_1 , K_2 , K_3 . Nagrinėjamų variantų prioritetiškumas ir reikšmingumas tiesiogiai ir proporcingai priklauso nuo alternatyvas apibūdinančių rodiklių sistemos, jų reikšmių ir reikšmingumo reikšmių. Konstrukcijos buvo vertinamos pagal keturis rodiklius: sienų atsparumą šalčiui (ciklai), sienos šilumos perdavimo koeficientą (W/m^2K), išorės sienos svorį (m^2kg), medžiagų kainą $1 m^2$ sienai įrengti (Lt/m^2). Alternatyvų rodiklių įverčiai (reikšmės) pateikiami 1 lentelėje.

1 lentelė. Konstrukcinių rodiklių reikšmės

Rodikliai Alternatyvos	Sienų atsparumas šalčiui (ciklai)	Sienos šilumos perdavimo koeficientas, W/m^2K	Išorės sienų svoris, m^2kg	Medžiagų kaina $1 m^2$ sienos įrengti, Lt/m^2
K_1	50	0,223	573	181
K_2	75	0,217	635	269
K_3	50	0,222	672	193
	<i>Max</i>	<i>Min</i>	<i>Min</i>	<i>Min</i>

Naudojant alternatyvų rodiklių reikšmes, sudaroma sprendimų matrica:

$$X = \begin{pmatrix} 50 & 0,223 & 573 & 181 \\ 75 & 0,217 & 635 & 269 \\ 50 & 0,222 & 672 & 193 \end{pmatrix} \quad (4)$$

max min min min

I uždavinys – nustatyti daugiakriterio sprendimo, gauto taikant daugiakriterius sprendimo priėmimo metodus, patikimumą. Tam bus taikomas aprašyto jautrumo analizės modelio algoritmas (1 pav.).

Sprendimų matricos X elementų pagrindu generuojama po 30 tolygiai pasiskirsčiusių atsitiktinių dydžių intervale $x_{ij} \pm \lambda\%$, $(\lambda = \overline{1,5}, i = \overline{1,3}, j = \overline{1,4})$. Iš generuotų duomenų sudaroma 30 sprendimų matricių.

Naudojant ekspertų pateiktas rodiklių reikšmingumo reikšmes (2 lentelė), nuosekliai imant sugeneruotas matricas, atliekamas visų trijų alternatyvų racionalumo įvertinimas, taikant metodus: TOPSIS, SAW, COPRAS. Kiekvienu metodu gauta po 30 sprendimo rezultatų. Nustačius dažniausiai pasitaikantį alternatyvos rangą, apskaičiuojamas tos rango reikšmės pasitaikymo dažnis. Taip gaunamas rezultato patikimumo įvertis (procentine išraiška). Gautų sprendimo rezultatų jautrumo analizės rezultatai pateikiami 3 lentelėje.

Remiantis sprendimų matrica X , generuojama po 30 atsitiktinių dydžių, pasiskirsčiusių pagal normalųjį dėsnį, kai vidurkis $\mu = x_{ij}$, standartinis nuokrypis

$$\sigma = \lambda\% \left(\lambda = \overline{1,5}, i = \overline{1,3}, j = \overline{1,4} \right).$$

Iš generuotų duomenų sudaroma 30 sprendimų matricių.

2 lentelė. Konstrukcinių rodiklių reikšmingumo reikšmės

Rodiklių reikšmingumai	q_1^*	q_2^*	q_3^*	q_4^*
Rodiklio reikšmingumo reikšmė	0,00243	0,981689	0,009795	0,00609
Reikšmingumo rangas	4	1	2	3

3 lentelė. Sprendimo rezultatų patikimumas rodiklių reikšmių tolygiojo pasiskirstymo atžvilgiu, naudojant ekspertų pateiktas rodiklių reikšmingumo reikšmes

$\pm\lambda\%$	TOPSIS			SAW			COPRAS		
Alternatyvų išrikiavimas	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
Dažniausiai pasitaikantis rangas	3	1	2	3	1	2	3	1	2
1 %	63 %	100 %	63 %	53 %	100 %	63 %	63 %	100 %	63 %
2 %	50 %	70 %	40 %	50 %	77 %	40 %	50 %	77 %	43 %
3 %	53 %	67 %	43 %	53 %	70 %	47 %	53 %	70 %	47 %
4 %	40 %	60 %	50 %	40 %	63 %	30 %	40 %	67 %	37 %
5 %	43 %	43 %	30 %	43 %	43 %	30 %	43 %	43 %	30 %

4 lentelė. Sprendimo rezultatų patikimumas rodiklių reikšmių normaliojo pasiskirstymo atžvilgiu, naudojant ekspertų pateiktas rodiklių reikšmingumo reikšmes

$\pm\lambda\%$	TOPSIS			SAW			COPRAS		
Alternatyvų išrikiavimas	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
Dažniausiai pasitaikantis rangas	3	1	2	3	1	2	3	1	2
1 %	93 %	83 %	83 %	90 %	90 %	83 %	93 %	87 %	87 %
2 %	87 %	80 %	80 %	83 %	83 %	83 %	87 %	83 %	83 %
3 %	63 %	57 %	43 %	60 %	57 %	43 %	63 %	57 %	43 %
4 %	53 %	67 %	20 %	53 %	67 %	20 %	53 %	67 %	20 %
5 %	47 %	33 %	50 %	47 %	33 %	50 %	47 %	33 %	50 %

Naudojant ekspertų pateiktas rodiklių reikšmingumo reikšmes, nuosekliai imant generuotas sprendimų matricas, atliekamas alternatyvų vertinimas TOPSIS, SAW, COPRAS metodais.

Apibendrinti sprendimo rezultatų jautrumo analizės rezultatai pateikiami 4 lentelėje.

I uždavinio išvados: Daugiakriterio uždavinio rezultatas yra gana patikimas, kad ir kaip būtų pasiskirsčiusios rodiklių reikšmės – pagal tolygųjį, ar pagal normalųjį dėsnį, jeigu galimos pradinio duomenų paklaidos ne didesnės nei $\pm 4\%$. Jeigu galimos paklaidos ne mažesnės nei $\pm 5\%$ – alternatyvų rangavimas keičiasi abiejų pasiskirstymo dėsnų atžvilgiu. Visais trimis metodais nustatyta, jog alternatyva K_2 yra racionaliausia: $K_2 \succ K_3 \succ K_1$. Rezultato patikimumas vertinamas atsižvelgiant į dažniausiai pasitaikančio alternatyvos rango įvertį. TOPSIS, SAW ir COPRAS metodais gauti rezultatai rodo, jog kai rodiklių reikšmių galimos paklaidos $\pm 1\%$ ir reikšmės pasiskirsčiusios pagal tolygųjį dėsnį – teiginio apie alternatyvos K_2 rango lygybę 1 patikimumas yra 100 %. Kai rodiklių reikšmių galimos paklaidos $\pm 1\%$ ir reikšmės pasiskirsčiusios pagal normalųjį dėsnį – teiginio apie alternatyvos K_2 rango lygybę 1 patikimumas TOPSIS metodu – 83 %, SAW metodu – 90 %,

COPRAS metodu – 87 %. Analogiškas išvadas apie daugiakriterio sprendimo patikimumą galima formuluoti ir kitoms rodiklių reikšmių nustatymo paklaidoms. Šis eksperimentas rodo, kad daugiatisliai metodai yra jautresni rodiklių reikšmių pasiskirstymui pagal normalųjį dėsnį nei pagal tolygųjį, kai rodiklių reikšmingumo reikšmės nevienodos.

II uždavinys – nustatyti daugiatislių sprendimo priėmimo metodų jautrumą rodiklių reikšmių pasiskirstymo pagal tolygųjį ir pagal normalųjį dėsnius atžvilgiu. Tam bus taikomas aprašyto jautrumo analizės modelio algoritmas (1 pav.).

Šiam uždaviniui spręsti pasirenkamos vienos rodiklių reikšmingumo reikšmės, kad atliekant metodų jautrumo analizę rodiklių reikšmių pasiskirstymo atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmės neturėtų jokios įtakos sprendimo rezultatui:

$$w_j = \frac{1}{n}, \sum_{j=1}^n w_j = 1. \quad (5)$$

Naudojant rodiklių reikšmingumo reikšmes w_j ir jau anksčiau generuotas sprendimo matricas pagal tolygųjį ir pagal normalųjį dėsnius, TOPSIS, SAW ir COPRAS metodais gauti skaičiavimo rezultatai pateikiami 5 ir 6 lentelėse.

5 lentelė. Sprendimo rezultatų patikimumas (procentais) rodiklių reikšmių tolygaus pasiskirstymo atžvilgiu, naudojant vienodas rodiklių reikšmingumo reikšmes

$\pm\lambda\%$	TOPSIS			SAW			COPRAS		
Alternatyvų išrikiavimas	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
Dažniausiai pasitaikantis rangas	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1 %	50 %	50 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %
2 %	53 %	53 %	100 %	100 %	100 %	100 %	97 %	97 %	100 %
3 %	37 %	37 %	100 %	100 %	97 %	100 %	87 %	87 %	100 %
4 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	3 %	0 %	0 %	3 %
	Pasikeitė rangavimas			Pasikeitė rangavimas			Pasikeitė rangavimas		
	3	1	2	3	1	2	3	1	2
	100 %	100 %	100 %	97 %	100 %	93 %	97 %	100 %	97 %
5 %	7 %	63 %	17 %	0 %	27 %	3 %	0 %	37 %	3 %
	Pasikeitė rangavimas			Pasikeitė rangavimas			Pasikeitė rangavimas		
	2	1	3	1	2	3	1	2	3
	57 %	63 %	83 %	77 %	70 %	97 %	63 %	60 %	97 %

* Alternatyvų racionalumams nustatyti naudojamos vienodo dydžio rodiklių reikšmingumo reikšmės.

6 lentelė. Sprendimo rezultatų patikimumas rodiklių reikšmių normaliojo pasiskirstymo atžvilgiu, naudojant vienodus rodiklių reikšmingumo reikšmes*

$\pm\lambda\%$	TOPSIS			SAW			COPRAS		
Alternatyvų išrikiavimas	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
Dažniausiai pasitaikantis rangas	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1 %	50 %	50 %	100 %	100 %	100 %	100 %	97 %	97 %	100 %
2 %	40 %	40 %	100 %	87 %	87 %	100 %	70 %	70 %	100 %
3 %	50 %	50 %	83 %	100 %	100 %	100 %	80 %	80 %	100 %
4 %	57 %	40 %	73 %	93 %	77 %	83 %	83 %	70 %	87 %
5 %	33 %	17 %	67 %	67 %	53 %	70 %	63 %	53 %	73 %
	Pasikeitė rangavimas								
	2	1	3						
	50 %	67 %	67%						

* Alternatyvų racionalumams nustatyti naudojamos vienodo dydžio rodiklių reikšmingumo reikšmės.

II uždavinio išvados: Atlikus TOPSIS, SAW, COPRAS metodų jautrumo analizę rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu, gauti tokie rezultatai:

- Kai rodiklių reikšmingumo reikšmės neturi įtakos sprendimo rezultatui (yra vienodos), šie daugiatiksliai metodai yra jautresni rodiklių reikšmių pasiskirstymui pagal tolygųjį dėsnį nei pagal normalųjį dėsnį.
- Abiejų pasiskirstymų atžvilgiu TOPSIS metodas buvo jautresnis, palyginti su SAW ir COPRAS.
- Tolygiojo pasiskirstymo atveju, kai galimos rodiklių reikšmių paklaidos yra didesnės nei 2 %, uždavinio sprendimui naudojant TOPSIS metodą, alternatyvų rangavimo tvarka jau keitėsi. Tuo atveju metodai SAW ir COPRAS reaguoja į pradinių duomenų pokyčius, kai rodiklių reikšmių paklaida didesnė nei 3 %.
- Normaliojo pasiskirstymo atveju visi trys metodai yra stabilesni. Alternatyvų rangavimas kinta: taikant TOPSIS metodą, kai rodiklių reikšmių galima paklaida didesnė nei 4 %, o taikant SAW arba COPRAS metodus, kai rodiklių reikšmių galima paklaida didesnė nei 5 %.

Bendros išvados

Atlikus literatūros analizę pastebėta, jog mūsų aplinkoje tenka spręsti nemažai daugia-kriterių sprendimo priėmimo uždavinių. Tais atvejais, kai alternatyvas apibūdinančių rodiklių reikšmės pateiktos kiekybiniais matavimais, patogu taikyti daugiatikslius, kiekybiniais matavimais pagrįstus sprendimo priėmimo metodus. Tačiau taikant daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus, dažniausiai neatsižvelgiama į galimas rodiklių reikšmių nustatymo paklaidas, o tai gali sukelti abejonių dėl sprendimo rezultato patikimumo.

Šiame darbe autoriai pateikė daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizės modelį, kuriuo vertinamas metodų jautrumas rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu ir nustatomas gauto sprendimo rezultato patikimumas. Apibendrinus straipsnyje nagrinėtas idėjas ir gautus eksperimento rezultatus, formuluojamos išvados:

- Taikant pateiktą jautrumo analizės modelį, galima atlikti bet kurio daugia-kriterio sprendimo, kuris gautas kiekybiniais daugiatiksliais sprendimo priėmimo metodais, jautrumo analizę ir įvertinti rezultato patikimumą.

- Atlikus metodų jautrumo analizę rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu, nustatyta, kad metodas TOPSIS jautresnis pradinių duomenų pokyčiams negu SAW ar COPRAS. Pastarųjų metodų jautrumas yra panašus.
- Atlikta analizė parodė, jog kiekybiniai daugiatisksliai sprendimo priėmimo metodai yra jautresni pradinių duomenų pasiskirstymui pagal tolygųjį dėsnį nei pagal normalųjį, kai rodiklių reikšmingumo reikšmės yra vienodos. Kai rodiklių reikšmingumo reikšmės yra nevienodos– daugiatisksliai sprendimo priėmimo metodai yra jautresni rodiklių reikšmių pasiskirstymui pagal normalųjį dėsnį nei pagal tolygųjį. Tai parodo alternaty-

vų rangavimo patikimumo procentiniai įverčiai.

- Taikant šiuos metodus daugiakriterių sprendimų priėmimo, rekomenduojama atkreipti dėmesį, jog rodiklių reikšmių paklaida $\pm 5\%$ yra reikšminga alternatyvų rangavimui. Norint gauti patikimą daugiakriterio sprendimo priėmimo rezultata, rekomenduojama atsižvelgti į galimas rodiklių reikšmių paklaidas, rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnius ir naudojamas rodiklių reikšmingumo reikšmes.
- Pateiktas jautrumo analizės modelis yra viena iš priemonių, pagelbstinčių nustatyti daugiatiskslių sprendimo priėmimo metodų jautrumą ir tais metodais gauto sprendimo patikimumą.

LITERATŪRA

ANDRUŠKEVIČIUS, A. (2005). Rangovų vertinimas daugiakriteriniu COPRAS metodu. *Technological and Economic Development of Economy*. Vilnius: Technika, vol. 11, no. 3, p. 158–169.

BINDER, Kurt; HEERMANN, Dieter W. (2010). *Monte Carlo Simulation in Statistical Physics. An Introduction*. 5th ed. XIV, 200 p. [74–110].

BUTLER, J.; JIA J., and DYER, J. (1997). Simulation techniques for the sensitivity analysis of multicriteria decision models. *European Journal of Operational Research*, vol. 103(3), p. 531–546.

DĖJUS, T. (2002). Daugiatiskslio vertinimo metodų elementų jautrumo nustatymo modelis. *Journal of Civil Engineering and Management*. Vilnius: Technika, vol. VIII, no. 4, p. 263–268.

GIUPPONI, C.; MYŚIAK, J.; FASSIO, A.; COGAN, V. (2004). MULINO-DSS: a computer tool for sustainable use of water resources at the catchment scale. *Giupponi Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 64, p.13–24.

HWANG, C. L.; and YOON, K. (1981). Multiple Attribute Decision Making. In *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 186*. Berlin: Springer-Verlag.

KRUOPIS, J. (1977). *Matematinė statistika Oficialus matematikos vadovėlis*. Vilnius.

MUN, Johnathan (2006). *Modeling Risk: Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Stochastic Forecasting, and Optimization*. ISBN: 0471789003. 610 p. [77–84].

RIOS-INSUA, S.; JIMENEZ, A.; and MATEOS, A. (2003) Sensitivity analysis in a generic multi-attribute decision support system. In K. J. Engemann and G. E. Lasker. *Advances in decision technology and intelligent information systems*, The International Institute for Advanced Studies in Systems Research and Cybernetics, Ontario, p. 31–35.

RUBINSTEIN, R Reuven Y.; KROESE, Dirk P. (2008) *Simulation and the Monte Carlo Method*. 2nd edition. ISBN: 978-0-470-17794-5.

SAKALAUSKAS, L.; ŽILINSKAS, K. (2006). Application of statistical criteria to optimality testing in stochastic programming. *Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas (Technological and economic development of economy)*. ISSN 1392-8619 print/ISSN 1822-3613, vol. XII, no. 4, p. 314–320.

TRIANAPHYLLOU, Evangelos (1997) A sensitivity analysis approach for some deterministic multi-criteria decision making methods. *Decision Sciences*, vol. 28, no. 1, p. 151–194.

USTINOVICHUS, L. (2007). Methods of determining objective, subjective and integrated weights of attributes. *International Journal of Management and Decision making : Inderscience Enterprises*, vol. 8, no. 5/6, p. 540–554.

ZAVADSKAS, E. K.; TURSKIS, Z.; DĖJUS, T.; and VITEIKIENĖ, M. (2007) Sensitivity analysis of a simple additive weight method. *Int. J. Management and Decision Making*, vol. 8, no. 5/6, p. 555–574.

THE SENSITIVITY ANALYSIS OF THE MULTIATTRIBUTE DECISION MAKING METHODS BY MONTE CARLO SIMULATION

Rūta Simanavičienė, Leonas Ustinovičius

Summary

The quantitative multicriteria decision making methods are used for decision making, but the biases of the values of the attributes are ignored often. Therefore it is not clear, if the final decision were changed, when changing the values of attributes. There are scientific research papers intended for the sensitivity analysis of multicriteria decisions, according to the significances of attributes.

This paper analyses the sensitivity of quantitative multiattribute decision making TOPSIS – *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*, SAW – *Simple Additive Weighting*, COPRAS – *Complex Proportional Assessment* methods, according to

attribute distribution. On this basis of Monte Carlo modeling (simulation) the generation of pseudorandom attribute values is being made, according to uniform and normal distribution. Using generated data the efficiency of alternatives is carried out by the above methods. As a result the sensitivity of the methods and the reliability of final decision are presented.

When multiattribute decision making methods are used on the modeling decision support systems it is recommended to consider the sensitivity of these methods.